

a を正の実数とし, p を正の有理数とする.

座標平面上の2つの曲線 $y = ax^p (x > 0)$ と $y = \log x (x > 0)$ を考える. この2つの曲線の共有点が1点のみであるとし, その共有点を Q とする.

以下の問に答えよ. 必要であれば, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{\log x} = \infty$ を証明なしに用いてよい.

- (1) a および点 Q の x 座標を p を用いて表せ.
- (2) この2つの曲線と x 軸で囲まれる図形を, x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を p を用いて表せ.
- (3) (2) で得られる立体の体積が 2π になるときの p の値を求めよ.

(2015 東京大・理)