

バームクーヘン分割

【例題】

単調増加する連続関数 $y = f(x)$ は、区間 $[a, b]$ において、 $f(x) \geq 0$ を満たすとする。
 $y = f(x)$ のグラフと x 軸、 $x = a$, $x = b$ で囲まれた図形を y 軸の周りに **1** 回転させたときにできる回転体の体積を V は、

$$V = 2\pi \int_a^b xf(x)dx$$

で表せることを部分積分を用いて示せ.

【1】 $y = \sin x$ のグラフの $0 \leq x \leq \pi$ を満たす部分と x 軸に囲まれた部分を y 軸の周りに **1** 回転させたときにできる回転体の体積を V を求めよ.

【2】曲線 $y = x^2 - ax$ ($a > 0$) と x 軸とで囲まれた図形を、 x 軸のまわりに **1** 回転してできる立体の体積を V_1 、 y 軸のまわりに **1** 回転してできる立体の体積を V_2 とする. このとき、 $V_1 = V_2$ となるように定数 a の値を求めよ.

(信州大・工)