

< 平面の方程式 >

a, b, c, d を実数の定数とする .

(1) xy 平面において, $\vec{n} = (a, b)$ を法線ベクトルとし, 点 (x_0, y_0) を通る直線の方程式は, $ax + by + c = 0$ の形で表せることを示せ .

(2) xyz 空間において, $\vec{n} = (a, b, c)$ を法線ベクトルとし, 点 (x_0, y_0, z_0) を通る平面の方程式は, $ax + by + cz + d = 0$ の形で表せることを示せ .

① 座標空間に 4 点 $A(2, 1, 0), B(1, 0, 1), C(0, 1, 2),$

$D(1, 3, 7)$ がある. 3 点 A, B, C を通る平面に関して点 D と対称な点を E とするとき, 点 E の座標を求めよ.

(2006 京都大 (文))

② 空間内に 3 点 $A(1, -1, 1), B(-1, 2, 2), C(2, -1, -1)$ がある. このとき, ベクトル $\vec{OA} + x\vec{AB} + y\vec{AC}$ の大きさの最小値を求めよ.

(2008 信州大)

③ 空間内に 3 点 $A(1, 3, -1), B(-1, 2, 2), C(2, 0, 1)$ をとる.

(1) 三角形 ABC の面積を求めよ.

(2) ベクトル $\vec{n} = (1, a, b)$ が 3 点 A, B, C を含む平面に対し垂直になるような実数 a, b を求めよ.

点 $P(\cos \theta, \sin \theta, 0)$ を, xy 平面上の単位円周 S 上を動く点とする. ただし, $0 < \theta < 2\pi$ とする.

(3) 四面体 $PABC$ の体積の最大値, および, そのときの θ の値を求めよ.

(2008 札幌医科大・一部略)

④ xyz 空間で, 原点 O を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の球面 S と 3 点 $(4, 0, 0), (0, 4, 0), (0, 0, 4)$ を通る平面 α が共有点をもつことを示し, 点 (x, y, z) がその共有点全体の集合を動くとき, 積 xyz が取り得る値の範囲を求めよ.

(2011 京都大 (理))