

不定積分の積分漸化式

【問題】 次の式を示せ.

$$(1) I_n = \int \sin^n x \, dx \text{ のとき, } I_n = \frac{1}{n} \{-\sin^{n-1} x \cos x + (n-1) I_{n-2}\} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

$$(2) I_n = \int \cos^n x \, dx \text{ のとき, } I_n = \frac{1}{n} \{\sin x \cos^{n-1} x + (n-1) I_{n-2}\} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

$$(3) I_n = \int \tan^n x \, dx \text{ のとき, } I_n = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - I_{n-2} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

$$(4) I_n = \int x^n e^x \, dx \text{ のとき, } I_n = x^n e^x - n I_{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(5) I_n = \int (\log x)^n \, dx \text{ のとき, } I_n = x(\log x)^n - n I_{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$