

合同式

【例題】

a を自然数とすると、 a^3 を3で割った余りと、 a を3で割った余りは等しいことを示せ。
(慶応大・理工)

【1】 次の間に答えよ。ただし、数値は全て10進数とする。

- (1) 7^{12} の1の位を求めよ。
- (2) n が自然数のとき、 117^n の1の位は1, 3, 7, 9のいずれかであることを証明せよ。
- (3) 117^{2002} の1の位を求めよ。

(新潟大)

【2】 n を自然数とすると、 $3^{n+1} + 4^{2n-1}$ は13で割り切れることを証明せよ。

(名古屋市立大)

【3】 n を自然数、 p を素数とすると、次のことを示せ。

- (1) ${}^n_pC_1, {}^n_pC_2, \dots, {}^n_pC_{p-1}$ はいずれも p の倍数であることを示せ。
- (2) 定数 a, b に対し、 $(a+b)^p$ を p で割った余りと、 $a^p + b^p$ を p で割った余りが等しいことを示せ。
- (3) $n^p - n$ は p の倍数であることを示せ。

(類題多数)

【練習】

$n^5 - n$ が5の倍数であることを確認せよ。
(南山大・経営, 一部略)