

## 確率漸化式

### 【例題】

袋の中に赤球 4 個と白球 6 個が入っている。3 個を同時に袋から取り出し、取り出された赤球の個数を記録してから袋に戻す。この試行を  $n$  回繰り返したとき、記録された赤球の個数の合計が奇数である確率を  $p_n$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $p_1$  を求めよ。
- (2)  $p_{n+1}$  を  $p_n$  で表せ。
- (3)  $p_n$  を求めよ。

(新潟大)

【1】ある 1 面だけに印のついた立方体が水平な平面に置かれている。平面に接する面（底面）の 4 辺のうち 1 辺を選んでこの辺を軸にしてこの立方体を横に倒す、という操作を行う。ただし、どの辺が選ばれるかは同様に確からしいとし、印のついた面が最初は上面にあるとする。この操作を  $n$  回繰り返して行ったとき、印のついた面が立方体の側面にくる確率を  $a_n$ 、底面にくる確率を  $b_n$  とおく。

- (1)  $a_2$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+1}$  と  $a_n$  の関係式を導け。
- (3)  $b_n$  を  $n$  の式で表し、 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ。

(東北大)

【2】 $k+1$  個 ( $k \geq 1$ ) の部屋  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_k$

がある。千葉君はある部屋から、その部屋以外の部屋を等しい確率  $\frac{1}{k}$  で 1 つ選び、そこへ移動する。最初、部屋  $A_0$  にいた千葉君が、 $n$  回 ( $n \geq 1$ ) 部屋を移動した後に部屋  $A_1$  にいる確率を求めよ。  
(千葉大)

【3】はじめに、A が赤玉を 1 個、B が白玉を 1 個、C が青玉を 1 個持っている。表裏の出る確率がそれぞれ  $\frac{1}{2}$  の硬貨を投げ、表が出れば A と B の球を交換し、裏が出れば、B と C の玉を交換する、という操作を考える。この操作を  $n$  回 ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 繰り返した後に、A, B, C が赤玉を持っている確率をそれぞれ  $a_n, b_n, c_n$  とする。

- (1)  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  を求めよ。
- (2)  $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$  を  $a_n, b_n, c_n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_n, b_n, c_n$  を求めよ。

(名古屋大)