

合格の必要条件とは(理)

- (1) 素数の定義を述べよ.
- (2) 素数は無数に存在することを証明せよ.

(オリジナル(有名問題))

p を素数, n を正の整数とすると, $(p^n)!$ は p で何回割り切れるか.

(2009 京都大・文理)

- (3) $0 < x < 2\pi$ の範囲で $\cos(\pi \cos x) = \frac{1}{2}$ を満たす x の個数を求めよ.
- (4) $0 < x < 2\pi$ の範囲で $\cos(\pi \cos x) = \cos x$ を満たす x の個数を求めよ.

(2010 東北大)

xyz 空間において, 不等式

$$0 < z < 1 + x + y - 3(x - y)y, \quad 0 < y < 1, \quad y < x < y + 1$$

のすべてを満足する x, y, z を座標にもつ点全体がつくる立体の体積を求めよ.

(1982 東大・理)

曲線 $y = x^2$ ($0 < x < 1$) を y 軸のまわりに 1 回転してできる形の容器に水を満たす. この容器の底に排水口がある. 時刻 $t = 0$ に排水口を開けて排水を開始する. 時刻 t において容器に残っている水の深さを h , 体積を V とする.

V の変化率 $\frac{dV}{dt}$ は $\frac{dV}{dt} = -\sqrt{h}$ で与えられている.

- (1) 水深 h の変化率 $\frac{dh}{dt}$ を h を用いて表せ.
- (2) 容器内の水を完全に排水するのにかかる時間 T を求めよ.

(2003 北海道大)