

長さ と 二次曲線 の 最終攻略

θ が 0 から 2π まで変化するとき, 点 $P(\theta) = (2 \cos \theta - \cos 2\theta, 2 \sin \theta - \sin 2\theta)$ の描く曲線を考える.

(1) この曲線の全長 L を求めよ.

(2) この曲線の $0 \leq \theta \leq \theta_n$ の部分の長さが $\frac{L}{n}$ となるように θ_n を定めるとき, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \theta_n$ を求めよ.

(1994 京都大)

t が実数で $-1 \leq t \leq 1$ を満たすとき, 直線

$$2tx + 3y\sqrt{1-t^2} - 12 = 0$$

が通り得ない範囲を図示せよ.

(1986 関西医大・改)