

<曲面の式に注意>

2次関数  $f(x) = x^2 - 2ax + 4b$  ( $a, b$  は定数)

は不等式  $0 \leq f(0) \leq 8, 1 \leq f(1) \leq 5$  を満たす。

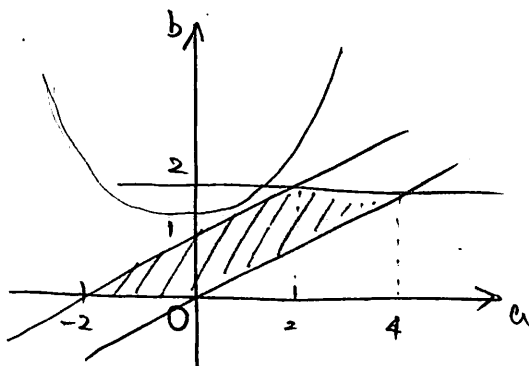
(1).  $ab$  平面上に示す、点  $(a, b)$  の存在する範囲を図示せよ

(2).  $y = f(x)$  の最小値  $m \in a, b$  を用いて表し、点  $(a, b)$  が (1) で示した領域を動くとき  $m$  の最大値、また  $a, b$  の値を求めよ。  
(09, 中央大)

(1).  $0 \leq f(0) \leq 8$  より  $0 \leq b \leq 2$ .

$1 \leq f(1) \leq 5$  より  $1 \leq -2a + 4b + 1 \leq 5$ .

$b$  を用いて整理して、 $\frac{1}{2}a \leq b \leq \frac{1}{2}a + 1$



図の斜線部分、境界を含む。

(2).  $f(x) = (x-a)^2 - a^2 + 4b$  より

$m = -a^2 + 4b$ .

$a, b$  を用いて整理すると、 $b = \frac{1}{4}a^2 + \frac{m}{4}$

$m$  が最大になるには、 $b = \frac{1}{2}a + 1$  の境界上を動く必要がある。よって  $a$  と  $b$  の  $m$  を表す式を (略)

$m = 5, (a, b) = (1, \frac{3}{2})$

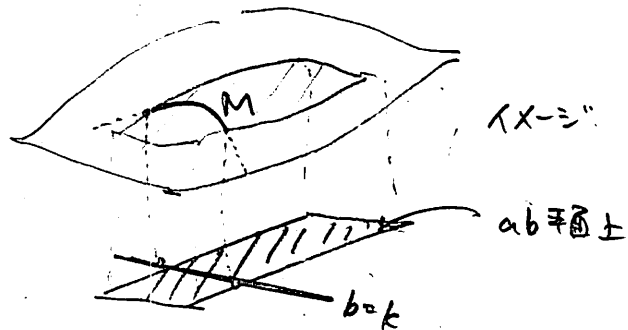
以上が一般的である。

$m = -a^2 + 4b$ .

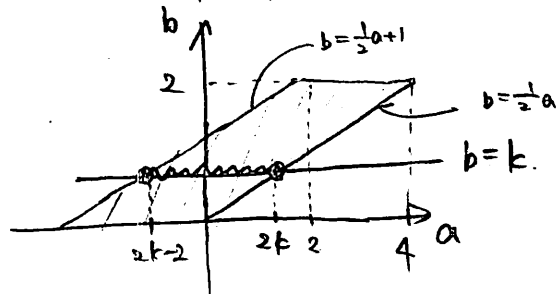
は、 $(a, b)$  に対して、 $m$  の値が定数と考える。

定義域が平面であり、 $a$  上に  $m$  をとると、

$m$  は曲面を描く、 $a$  上の曲面の最小値を求めたい。



$a$  を固定して、 $b = k$  とすると、 $t$  と  $a, m$  を考える。



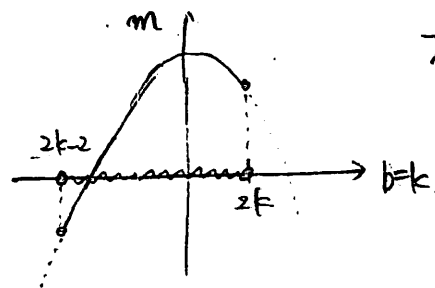
$m = -a^2 + 4b$  を示す。  $b = k$  とすると、

$m = -a^2 + 4k$  より頂点は  $(0, 4k)$ .

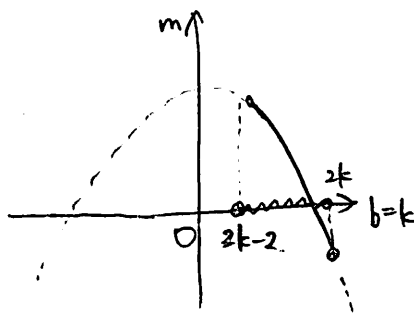
i)  $0 \leq k < 1$  のとき

$a = 0$  のとき

最大値は  $4k$ .



ii)  $1 \leq k \leq 2$  のとき



$a = 2k - 2$  のとき

最大値をとる。

$a$  と  $b$  の  $m$  は

$m = -(2k-2)^2 + 4k$

$= -4(k - \frac{3}{2})^2 + 5$ .

