

< z と ω の連動 >

① 複素数 z が $|z|=1$ を満たすとき, 次の複素数 ω はどのような図形を描くか.

(1) $\omega = 2z + 1$

(2) $\omega = \frac{1+i}{z}$

(3) $\omega = \frac{z-1}{z+2}$

(4) $\omega = z + \frac{1}{z}$

(有名問題)

② $z + \frac{1}{z}$ が実数であるような複素数 z の描く図形を, 複素数平面上に図示せよ.

(有名問題)

③ 2つの複素数 z と ω の間に, $\omega = \frac{z+i}{z+1}$ なる関係がある. z が複素数平面上の虚軸を動くとき, ω の軌跡を求め, 図示せよ.

(2000 名古屋市立大)

④

(1) 複素数 z について, $\frac{1}{z+i} + \frac{1}{z-i}$ が実数となる点 z 全体のえがく図形 P を複素数平面上に図示せよ.

(2) z が (1) で求めた図形 P 上を動くときに, $\omega = \frac{z+i}{z-i}$ のえがく図形を複素数平面上に図示せよ.

(北海道大)